

Probabilités – Série 1 – Correction

CONSIGNE

Écrire les probabilités demandées en utilisant les notations mathématiques

Notations

Utiliser les notations mathématiques des probabilités pour noter la probabilité demandée.

On n'utilisera que les lettres T, D et F indiquées dans l'énoncé.

Question 1

Avec les notations mathématiques écrire la probabilité qu'on interroge un membre pratiquant le tennis et la danse.

$$P(T \cap D)$$

Question 2

Avec les notations mathématiques écrire la probabilité qu'on interroge un membre pratiquant le tennis ou la danse.

$$P(T \cup D)$$

Question 3

Avec les notations mathématiques écrire la probabilité qu'on interroge une femme et qu'elle pratique ne pratique pas le tennis.

$$P(F \cap \bar{T})$$

Question 4

Avec les notations mathématiques écrire la probabilité qu'on interroge un homme.

$$P(\bar{F}) \text{ ou } 1 - P(F)$$

Question 5

Avec les notations mathématiques écrire la probabilité qu'on interroge un membre ne pratiquant que la peinture.

$$P(\bar{T} \cup \bar{D}) \text{ ou } P(\bar{T} \cap \bar{D})$$

Question 6

Avec les notations mathématiques écrire la probabilité qu'on interroge un homme sachant qu'il pratique la danse.

$$P_D(\bar{F})$$

Question 7

Avec les notations mathématiques écrire la probabilité qu'on interroge parmi les femmes, un membre qui pratique la danse

$$P_{\bar{F}}(D)$$

Question 8

On a interrogé un homme. Avec les notations mathématiques écrire la probabilité qu'il pratique le tennis.

$$P_{\bar{F}}(T)$$

Question 9

Avec les notations mathématiques écrire la probabilité qu'un membre soit un homme pratiquant le tennis.

$$P(\bar{F} \cap T)$$

Question 10

On a interrogé un membre ne pratiquant que la peinture.
Avec les notations mathématiques écrire la probabilité qu'il s'agisse d'une femme.

$$P_{\bar{T} \cup \bar{D}}(F) \text{ ou } P_{\bar{T} \cap \bar{D}}(F)$$

Fin

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand

Probabilités – Série 2 – Correction

CONSIGNE

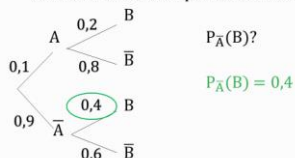
Déterminer la probabilité demandée

Correction

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand

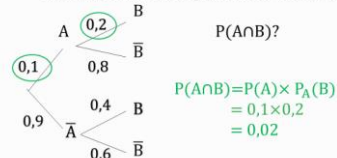
Question 1

On considère l'arbre pondéré ci-dessous.



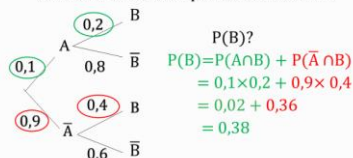
Question 2

On considère l'arbre pondéré ci-dessous.



Question 3

On considère l'arbre pondéré ci-dessous.



Question 4

Voici la répartition des licenciés d'un club de tennis

	Hommes	Femmes	Total
Jeunes	120	80	200
Adultes	40	60	100
Total	160	140	300

On prélève au hasard la fiche d'un des licenciés et on note :
F : « le licencié est une femme » A : « le licencié est un adulte »
 $P_F(A)?$

$$P_F(A) = \frac{60}{140} = \frac{3}{7}$$

Question 5

Voici la répartition des licenciés d'un club de tennis

	Hommes	Femmes	Total
Jeunes	120	80	200
Adultes	40	60	100
Total	160	140	300

On prélève au hasard la fiche d'un des licenciés et on note :
F : « le licencié est une femme » A : « le licencié est un adulte »
 $P(A \cap F)?$

$$P(A \cap F) = \frac{60}{300} = 0,2$$

Question 6

Voici la répartition des licenciés d'un club de tennis

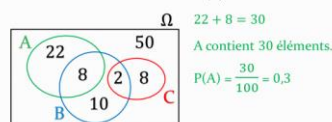
	Hommes	Femmes	Total
Jeunes	120	80	200
Adultes	40	60	100
Total	160	140	300

On prélève au hasard la fiche d'un des licenciés et on note :
F : « le licencié est une femme » A : « le licencié est un adulte »
 $P_{\bar{A}}(\bar{F})?$

$$P_{\bar{A}}(\bar{F}) = \frac{120}{200} = 0,6$$

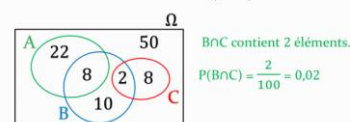
Question 7

A, B et C sont trois sous-ensembles d'un univers Ω comportant 100 éléments. Le nombre d'éléments est indiqué dans chaque partie. On choisit un élément de l'univers au hasard.



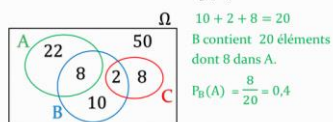
Question 8

A, B et C sont trois sous-ensembles d'un univers Ω comportant 100 éléments. Le nombre d'éléments est indiqué dans chaque partie. On choisit un élément de l'univers au hasard.



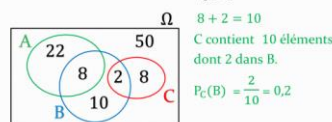
Question 9

A, B et C sont trois sous-ensembles d'un univers Ω comportant 100 éléments. Le nombre d'éléments est indiqué dans chaque partie. On choisit un élément de l'univers au hasard.



Question 10

A, B et C sont trois sous-ensembles d'un univers Ω comportant 100 éléments. Le nombre d'éléments est indiqué dans chaque partie. On choisit un élément de l'univers au hasard.



Fin

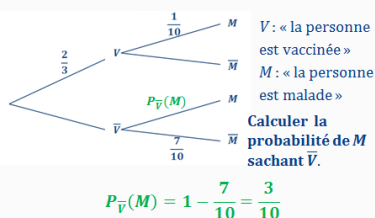
Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand

Probabilités – Série 3 – Correction

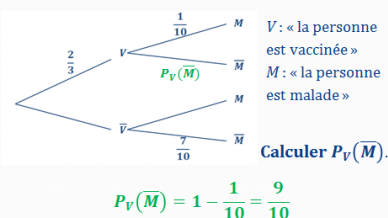
CONSIGNE Déterminer la probabilité demandée.

Pour chaque question, déterminer la probabilité demandée.

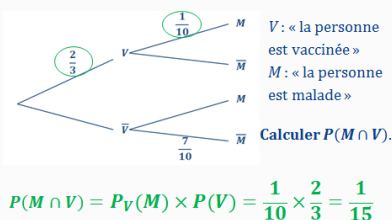
Question 1



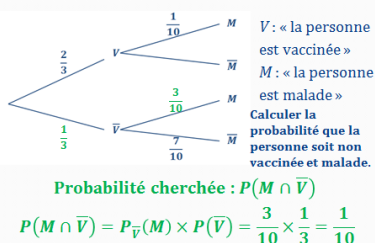
Question 2



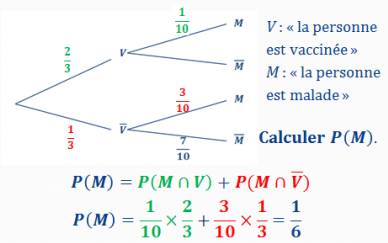
Question 3



Question 4



Question 5



Question 6

Une usine comporte deux machines notées a et b . La machine a produit 60% des pièces.
 5% des pièces produites par la machine a sont défectueuses et 8% des pièces produites par la machine b sont défectueuses.
 On prélève au hasard une pièce dans la production.
 On note A : « La pièce est produite par la machine a »
 D : « La pièce est défectueuse »
 Parmi les probabilités suivantes, quelle est celle égale à 0,4?

- a) $P(A)$ **b) $P(\bar{A})$** c) $P(D)$ d) $P(A \cap D)$

Question 7

Une usine comporte deux machines notées a et b . La machine a produit 60% des pièces.
 5% des pièces produites par la machine a sont défectueuses et 8% des pièces produites par la machine b sont défectueuses.
 On prélève au hasard une pièce dans la production.
 On note A : « La pièce est produite par la machine a »
 D : « La pièce est défectueuse »
 Parmi les probabilités suivantes, quelle est celle égale à 0,05?

- a) $P(A \cap D)$ b) $P_{\bar{A}}(D)$ c) $P_D(A)$ **d) $P_A(D)$**

Question 8

Une usine comporte deux machines notées a et b . La machine a produit 60% des pièces.
 5% des pièces produites par la machine a sont défectueuses et 8% des pièces produites par la machine b sont défectueuses.
 On prélève au hasard une pièce dans la production.
 On note A : « La pièce est produite par la machine a »
 D : « La pièce est défectueuse »
 $P_{\bar{A}}(D)$ est égale à

- a) 0,4 b) 0,8 **c) 0,08** d) $0,4 \times 0,08$

Question 9

Une usine comporte deux machines notées a et b . La machine a produit 60% des pièces.
 5% des pièces produites par la machine a sont défectueuses et 8% des pièces produites par la machine b sont défectueuses.
 On prélève au hasard une pièce dans la production.
 On note A : « La pièce est produite par la machine a »
 D : « La pièce est défectueuse »
 $P_A(\bar{D})$ est égale à

- a) 0,05 **b) 0,95** c) $0,05 \times 0,6$ d) $0,95 \times 0,6$
 $P_A(\bar{D}) = 1 - P_A(D) = 1 - 0,05 = 0,95$

Question 10

Une usine comporte deux machines notées a et b . La machine a produit 60% des pièces.
 5% des pièces produites par la machine a sont défectueuses et 8% des pièces produites par la machine b sont défectueuses.
 On prélève au hasard une pièce dans la production.
 On note A : « La pièce est produite par la machine a »
 D : « La pièce est défectueuse »
 $P(\bar{A} \cap D)$ est égale à

- a) 0,05 b) 0,08 c) $0,08 \times 0,6$ **d) $0,08 \times 0,4$**
 $P(\bar{A} \cap D) = P_{\bar{A}}(D) \times P(\bar{A}) = 0,08 \times (1 - 0,6) = 0,08 \times 0,4$

Fin

Activités mentales et automatismes en classe de première
 IREM de Clermont-Ferrand

Probabilités – Série 4 – Correction

CONSIGNE

Pour les cinq premières questions, répondre à la question posée et pour les cinq autres, déterminer la ou les réponse(s) correcte(s).

Dans chaque cas, répondre à la question.

Question 1

Soient A et B deux événements d'un même univers tels que

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{4} \text{ et } P(A \cap B) = \frac{1}{8}$$

Les événements A et B sont-ils incompatibles?

$P(A \cap B) \neq 0$ donc les événements A et B ne sont pas incompatibles.

Question 2

Soient A et B deux événements d'un même univers tels que

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{4} \text{ et } P(A \cap B) = \frac{1}{8}$$

Les événements A et B sont-ils indépendants?

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ donc les événements A et B sont indépendants.

Question 3

Soient A et B deux événements d'un même univers tels que

$$P(A) = \frac{1}{3}, P(\overline{B}) = \frac{3}{5} \text{ et } P(A \cap B) = \frac{2}{15}$$

Les événements A et B sont-ils indépendants?

$P(A) \times P(B) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{15} = P(A \cap B)$
donc A et B sont indépendants.

Question 4

Soient A et B deux événements d'un même univers tels que

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{3} \text{ et } P_A(B) = \frac{1}{2}$$

Les événements A et B sont-ils indépendants?

$P_A(B) \neq P(B)$ donc les événements A et B ne sont pas indépendants.

Question 5

Soient A et B deux événements d'un même univers tels que

$$P(\overline{A}) = \frac{3}{4}, P(\overline{B}) = \frac{2}{3} \text{ et } P_B(A) = \frac{1}{4}$$

Les événements A et B sont-ils indépendants?

$P(A) = \frac{1}{4}$ d'où $P_B(A) = P(A)$.
 A et B sont donc indépendants.

Pour chaque question, déterminer la ou les réponse(s) correcte(s).

Question 6

Une pièce peut présenter deux défauts notés e et f .
10% des pièces de la production présentent le défaut e et 5% le défaut f . On prélève au hasard une pièce dans la production.

On note E : « La pièce présente le défaut e »

F : « La pièce présente le défaut f »

On suppose que les événements E et F sont indépendants.

La probabilité que la pièce présente les deux défauts est

a) $P(E \cup F)$ b) $P(E \cap F)$ c) 0,15 d) 0,005

E et F étant indépendants,
 $P(E \cap F) = P(E) \times P(F) = 0,1 \times 0,05 = 0,005$

Question 7

Une pièce peut présenter deux défauts notés e et f .
10% des pièces de la production présentent le défaut e et 5% le défaut f . On prélève au hasard une pièce dans la production.

On note E : « La pièce présente le défaut e »

F : « La pièce présente le défaut f »

On suppose que les événements E et F sont indépendants.

La probabilité que la pièce présente au moins un défaut est

a) $P(E \cup F)$ b) $P(E \cap F)$ c) 0,15 d) 0,005

Question 8

Une pièce peut présenter deux défauts notés e et f .
10% des pièces de la production présentent le défaut e et 5% le défaut f . On prélève au hasard une pièce dans la production.

On note E : « La pièce présente le défaut e »

F : « La pièce présente le défaut f »

On suppose que les événements E et F sont indépendants.

La probabilité que la pièce ne présente aucun défaut est

a) $P(\overline{E} \cap \overline{F})$ b) $P(\overline{E} \cap F)$ c) $P(\overline{E} \cup \overline{F})$ d) $P(\overline{E} \cup F)$

Question 9

Une pièce peut présenter deux défauts notés e et f .
10% des pièces de la production présentent le défaut e et 5% le défaut f . On prélève au hasard une pièce dans la production.

On note E : « La pièce présente le défaut e »

F : « La pièce présente le défaut f »

On suppose que les événements E et F sont indépendants.

$P_E(F)$ est égale à

a) 0,1 b) 0,05 c) 0,15 d) 0,005

E et F étant indépendants,
 $P_E(F) = P(F) = 0,05$

Question 10

Une pièce peut présenter deux défauts notés e et f .
10% des pièces de la production présentent le défaut e et 5% le défaut f . On prélève au hasard une pièce dans la production.

On note E : « La pièce présente le défaut e »

F : « La pièce présente le défaut f »

On suppose que les événements E et F sont indépendants.

La probabilité que la pièce présente au plus un défaut est

a) $P(E \cap F)$ b) $P(E \cap \overline{F})$ c) 0,995 d) $P(\overline{E} \cup \overline{F})$

$P(\overline{E} \cup \overline{F}) = P(\overline{E \cap F})$
 $P(\overline{E \cap F}) = 1 - P(E \cap F) = 1 - 0,005 = 0,995$

Probabilités – Série 5 – Correction

CONSIGNE

- 1^{ère} partie : le tableau peut-il représenter la loi de probabilité d'une variable aléatoire ?
 2^{ème} partie : Calculer la probabilité demandée à partir du tableau de la loi de probabilité.

Reconnaître une loi de probabilité

Dans chacun des cas suivants, on donne un tableau constitué d'issues x_i et des probabilités correspondantes.

Dire s'il peut s'agir de la loi de probabilité d'une variable aléatoire X ou non.

Question 1

x_i	-3	0	7	15
$P(X = x_i)$	0,1	0,3	0,02	0,4

FAUX $0,1 + 0,3 + 0,02 + 0,4 \neq 1$

Question 2

x_i	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	0,1	1,2	0,4	-0,7

FAUX $1,2 > 1$ ou $-0,7 < 0$

Question 3

x_i	-10	-5	0	5
$P(X = x_i)$	0,16	0,2	0,04	0,6

VER

Question 4

x_i	0,5	1,5	2	2,5
$P(X = x_i)$	0,1	0,4	0,34	0,26

FAUX $0,1 + 0,4 + 0,34 + 0,26 = 1,1$

Question 5

x_i	0,1	0,4	0,5
$P(X = x_i)$	0,1	0,4	0,5

VER

Calculer une probabilité

Dans chacun des cas suivants, on donne la loi de probabilité d'une variable aléatoire X.

Calculer mentalement la probabilité demandée.

Question 6

x_i	0	1	2	7
$P(X = x_i)$	0,02	0,2		0,4

$P(X = 2)?$

$$1 - (0,02 + 0,2 + 0,4) = 0,38$$

Question 7

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	0,5	0,1	0,2	0,2

$P(X \geq 1)?$

$$0,1 + 0,2 + 0,2 = 0,5$$

$$\text{ou } 1 - P(X = 0) = 1 - 0,5$$

Question 8

x_i	-1	1	3
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$

$$P(X < 3)? \quad \frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{11}{12}$$

$$\text{ou } 1 - P(X = 3) = 1 - \frac{1}{12}$$

Question 9

x_i	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$

$P((X = 2) \cup (X = 4))?$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{12} = \frac{7}{12}$$

Question 10

x_i	-2	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$

$$P(X \geq 0)? \quad \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$$\text{ou } 1 - P(X = -2) = 1 - \frac{1}{4}$$

Probabilités – Série 6 – Correction

CONSIGNE

Écrire la probabilité demandée d'une variable aléatoire sous la forme d'une égalité ou d'une inégalité. Aucun calcul n'est demandé.

Dans chacun des cas suivants, on définit une variable aléatoire X .
Traduire la probabilité demandée en utilisant une égalité ou une inégalité.
Aucun calcul de probabilité n'est demandé.

Question 1

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	p_1	p_2	p_3	p_4

Comment note-t-on la probabilité que la variable X soit au moins égale à 2 ?

$$P(X \geq 2)$$

Question 2

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	p_1	p_2	p_3	p_4

Quelle est la probabilité que X prenne des valeurs au plus égales à 2 ?

$$P(X \leq 2)$$

Question 3

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	p_1	p_2	p_3	p_4

Quelle est la probabilité que X prenne des valeurs strictement supérieures à 1 ?

$$P(X > 1)$$

Question 4

Une banque constate qu'un produit bancaire a intéressé 10% de sa clientèle.
Un sondage est effectué auprès de 10 clients de la banque, choisis au hasard.
Soit X la variable aléatoire égale au nombre de clients de l'échantillon ayant choisi ce produit.

Quelle est la probabilité qu'au moins 2 clients de l'échantillon aient choisi ce produit bancaire ?

$$P(X \geq 2)$$

Question 5

Une banque constate qu'un produit bancaire a intéressé 10% de sa clientèle.
Un sondage est effectué auprès de 10 clients de la banque, choisis au hasard.
Soit X la variable aléatoire égale au nombre de clients de l'échantillon ayant choisi ce produit.

Quelle est la probabilité que moins de 5 clients de l'échantillon aient choisi ce produit bancaire ?

$$P(X < 5)$$

Question 6

Un tireur à l'arc atteint sa cible avec une probabilité égale à 0,6.
Au cours d'une compétition, le tireur dispose de 5 flèches.
 Y est la variable aléatoire qui compte le nombre de flèches qui atteignent la cible au bout de 5 essais.

Quelle est la probabilité que trois flèches atteignent la cible ?

$$P(Y = 3)$$

Question 7

Un tireur à l'arc atteint sa cible avec une probabilité égale à 0,6.
Au cours d'une compétition, le tireur dispose de 5 flèches.
 Y est la variable aléatoire qui compte le nombre de flèches qui atteignent la cible au bout de 5 essais.

Quelle est la probabilité qu'au moins une flèche atteigne la cible ?

$$P(Y \geq 1) = 1 - P(Y = 0)$$

Question 8

Un tireur à l'arc atteint sa cible avec une probabilité égale à 0,6.
Au cours d'une compétition, le tireur dispose de 5 flèches.
 Y est la variable aléatoire qui compte le nombre de flèches qui atteignent la cible au bout de 5 essais.

Quelle est la probabilité que plus de deux flèches atteignent la cible ?

$$P(Y > 2)$$

Question 9

Un tireur à l'arc atteint sa cible avec une probabilité égale à 0,6.
Au cours d'une compétition, le tireur dispose de 5 flèches.
 Y est la variable aléatoire qui compte le nombre de flèches qui atteignent la cible au bout de 5 essais.

Quelle est la probabilité que moins d'une flèche atteigne la cible ?

$$P(Y < 1) = P(Y = 0)$$

Question 10

Un tireur à l'arc atteint sa cible avec une probabilité égale à 0,6.
Au cours d'une compétition, le tireur dispose de 5 flèches.
 Y est la variable aléatoire qui compte le nombre de flèches qui atteignent la cible au bout de 5 essais.

Quelle est la probabilité qu'au plus une flèche n'atteigne pas la cible ?

$$0 \text{ ou } 1 \text{ flèche n'atteint pas la cible} \\ 4 \text{ ou } 5 \text{ atteignent la cible.} \\ P(Y \geq 4)$$

Fin

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand

Probabilités – Série 7 – Correction

CONSIGNE 1^{ère} partie : calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire.
 2^{ème} partie : pêle-mêle sur l'espérance et la variance (calcul, comparaison graphique, Python).

Calculer une espérance mathématique

Dans chacun des cas suivants, on donne la loi de probabilité d'une variable aléatoire X.

Calculer mentalement l'espérance mathématique $E(X)$.

Question 1

x_i	0	1	7
$P(X = x_i)$	0,4	0,2	0,4

$$E(X) = 0 \times 0,4 + 1 \times 0,2 + 7 \times 0,4$$

$$E(X) = 3$$

Question 2

x_i	-1	0	3
$P(X = x_i)$	0,5	0,3	0,2

$$E(X) = -1 \times 0,5 + 0 \times 0,3 + 3 \times 0,2$$

$$E(X) = 0,1$$

Question 3

x_i	-1	1	3
$P(X = x_i)$	0,5	0,3	0,2

$$E(X) = -0,5 + 0,3 + 0,6$$

$$E(X) = 0,4$$

Question 4

x_i	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

$$E(X) = 1 \times \frac{1}{4} + 2 \times \frac{1}{4} + 3 \times \frac{1}{4} + 4 \times \frac{1}{4} = \frac{10}{4}$$

Question 5

x_i	-2	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$

$$E(X) = \frac{1}{3}$$

Dans chacun des cas suivants, on donne la loi de probabilité d'une variable aléatoire X.

Répondre à la question posée.

Question 6

Déterminer le prix de participation pour que le jeu soit équitable.



Soit m la mise.

$$\frac{1}{4}(5 - m) + \frac{1}{4}(1 - m) + \frac{1}{2}(-m) = 0$$

Donc $m = 1,5$

La mise doit être de 1€50.

Question 7

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	0,4	0,2	0,4

$$E(X) = 0,2 + 0,8 = 1$$

$$V(X) = 0,4 \times (0 - 1)^2 + 0,2 \times 0^2 + 0,4 \times (2 - 1)^2$$

$$V(X) = 0,8$$

Question 8

On considère le programme suivant écrit en Python :

```
V_X=[0,1,2,3,4]
P_X=[0,1,0,2,0,3,0,2,0,2]
def Esp():
    E=0
    for i in range(len(V_X)):
        E= E+P_X[i] * V_X[i]
    return E
```

Compléter la ligne pour que ce programme renvoie l'espérance de la variable aléatoire définie par V_X

Question 9

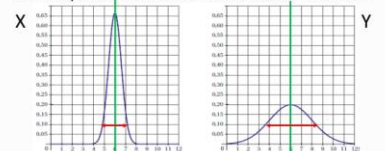
On considère le programme suivant écrit en Python :

```
V_X=[0,1,2,3,4]
P_X=[0,1,0,2,0,3,0,2,0,2]
def Var():
    V=0
    for i in range(len(V_X)):
        V= V + P_X[i] * (V_X[i] - 2,6) ** 2
    return V
```

Compléter la ligne pour que ce programme renvoie la variance de la variable aléatoire définie par V_X , sachant que l'espérance est 2,6.

Question 10

On a représenté deux variables aléatoires X et Y.



Espérances : $E(X)=E(Y)=6$

Écarts-types : $\sigma(X) < \sigma(Y)$